

ЛЕКЦИИ 10

Тема. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ И ЯВЛЕНИЙ В СИСТЕМЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Согласно одному из основоположников математического моделирования, академику А.А. Самарскому, (см., например, [1]). математическая модель - это эквивалент объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства - законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его частям, и т. д. [1], причем. сама постановка задачи о математическом моделировании какого - либо объекта порождает четкий план действий. Его можно условно разбить на три этапа: модель -алгоритм-программа (см. Рис. Рис..1).

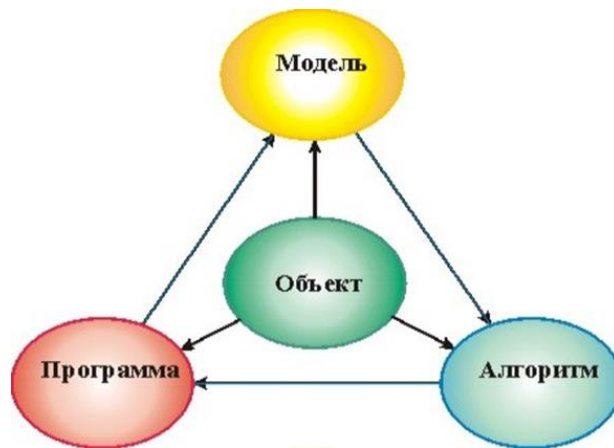


Рис..1 Триада математического моделирования А.А. Самарского (из книги [1]).

На первом этапе выбирается (или строится) “эквивалент” объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства - законы, которым он подчиняется, связи присущие составляющим его частям и т.д.. Математическая модель (или ее фрагменты) исследуется теоретическими методами, что позволяет получить важные предварительные знания об объекте.

Второй этап - выбор (или разработка) алгоритма для реализации модели на компьютере. Модель представляется в форме, удобной для применения численных методов, определяется последовательность вычислительных и логических операций, которые нужно произвести, чтобы найти искомые величины с заданной точностью. Вычислительные алгоритмы должны не искажать основные свойства модели и, следовательно, исходного объекта, быть экономичными и адаптирующимися к особенностям решаемых задач и используемых компьютеров.

На третьем этапе создаются программы, “переводящие” модель и алгоритм на доступный компьютеру язык. К ним также предъявляются требования экономичности и адаптивности. Их можно назвать “электронным” эквивалентом изучаемого объекта, уже пригодным для непосредственного испытания на “экспериментальной установке” - компьютере. Создав триаду “модель - алгоритм - программа”, исследователь получает в руки универсальный, гибкий и недорогой инструмент, который вначале отлаживается, тестируется в “пробных” вычислительных экспериментах. После того как адекватность (достаточное соответствие) триады исходному объекту удостоверена, с моделью проводятся разнообразные и подробные “опыты”, дающие все требуемые качественные и количественные свойства и характеристики объекта. Процесс моделирования

сопровождается улучшением и уточнением, по мере необходимости, всех звеньев триады.

Таким образом, академик А.А. Самарский дал четкое, ставшее классическим, определение объекта математического моделирования и основных задач математического моделирования.

Уникальные графические возможности системы компьютерной математики (СКМ) Maple, в частности, возможности создания трехмерных анимационных моделей, хорошо проработанные программные процедуры численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), сплайновой и В - сплайновой интерполяции функций позволяют рассматривать СКМ Maple в качестве мощного современного инструмента математического моделирования объектов механики и родственных им [9] [7]. В настоящее время методы математического моделирования в СКМ начали эффективно применяться в исследованиях математических моделей как фундаментальных физических явлений, так и прикладных задач. В частности, монографии Д.П. Голоскокова [4, 5] целиком посвящены проблемам математического моделирования в СКМ Maple объектов математической физики – физических полей, гидродинамических процессов, процессов тепло-переноса и диффузии; в фундаментальной монографии В.П. Дьяконова [6] обширная глава посвящена применению СКМ Maple в математическом моделировании, в частности, моделированию электронных схем и измерительных систем на основе эффекта Доплера; монографии М.Н. Кирсанова [7] содержит материалы по применению графов в математическом моделировании и математическому моделированию сложных механических систем со связями и визуализации математических моделей этих систем [8]. В работах Ю.Г. Игнатьева с соавторами [19] - [27] методы математического моделирования с помощью СКМ Maple успешно применяются для решения весьма сложных задач релятивистской кинетики, теории гравитации и космологии ранней Вселенной. В последнее время СКМ Maple, особенно ее приложение Maplet, стала применяться для компьютерного моделирования процесса обучения, в частности, для создания системы аналитического тестирования знаний [28, 29, 30]. Важным преимуществом СКМ Maple является и возможность интеграции этой системы с СКМ MatLab, которая приспособлена к моделированию электронных систем и технологических процессов.

Системы компьютерной математики и их возможности для математического моделирования

Первые пакеты программ аналитических вычислений появились в 60-х – 70-х годах XX - го столетия. Первоначально такие пакеты выполняли узко-профессиональные задачи и были предназначены для реализации на больших ЭВМ. В бывшем СССР большой вклад в развитие систем символьной математики внесла школа академика Глушкова В.М. В конце 70-х годов были созданы малые инженерные ЭВМ класса $\frac{3}{4}$ Мир, способные выполнять аналитические вычисления даже на аппаратном уровне. Был разработан и успешно применялся язык символьных вычислений $\frac{3}{4}$ Аналитик [38]. Эти работы отчасти предвосхитили развитие систем символьной математики.

Но первые системы символьной математики, пригодные для работы на ЭВМ и рассчитанные на широкого пользователя, появились в 80-х годах. За прошедшие 20-25 лет эти системы были значительно развиты, среди них появились признанные лидеры, развилась профессиональная терминология. В конце 80-х годов такие системы назывались системами компьютерной алгебры (см., например, [39], [40],[41]). В настоящее время такие системы принято называть системами компьютерной математики (СКМ) (см., например, [42], [43]). В настоящее время

можно выделить несколько основных лидеров СКМ (см. таблицу на 2.) – это Derive, MathCAD, Maple, Mathematica, MatLAB.

Наиболее популярной программой считается MathCAD, но она приспособлена, скорее всего, для инженерных расчетов, а также для задач образования. Среди, действительно, мощных систем, предназначенных для профессиональных, научных целей можно выделить 3: Maple, Mathematica, MatLAB. Система MatLAB имеет мощные встроенные методы численного интегрирования для моделирования конкретных систем, но ее недостатком являются ограниченные возможности символьных вычислений и высокая стоимость пакета (порядка 80 тысяч рублей). Системы Mathematica и Maple, в принципе сопоставимы по своим возможностям, однако, пакет Mathematica до сих пор имеет значительно меньшее по сравнению с системой Maple встроенных функций. Примером может явиться весьма необходимая нам функция построения сплайнов, которая в системе Maple существует с начала 90-х годов, а в системе Mathematica она появилась только в последней версии. Динамическая графика, особенно трехмерная, столь необходимая для целей компьютерного моделирования, гораздо раньше появилась в системе Maple и лучше в нем прописана. В отечественной научной и учебной литературе эти основные математические пакеты достаточно хорошо описаны. В частности, наиболее подробно описан пакет MatCAD в работах В.П. Дьяконова [43] – [48], Л.В. Ефремова [49, 50], В.А. Охорзина [51]-[53], Р. Ивановского [54], В.В. Фриска [55], Д. Гур-ского [56], Д.В. Кирьянова [57], [58], Д.С. Поршнева и И.С. Беленковой [59] и др.. Система Mathematica описана в трудах В.П. Дьяконова [60, 61], [64] -[66], Т.В. Капустиной [62], А.М. Половко [67], Я.К. Шмидского [68] и др. Система MathLAB описана в трудах В.П. Дьяконова [69]-[72], система Derive – в трудах В.П. Дьяконова [73, 74, 75, 76]. Наконец, из наиболее ранних отечественных книг по СКМ Maple можно выделить книги В.Н. Говорухина В.Н. и В.Г. Цибулина [77], В.П. Дьяконова [78], посвященные пакету Maple V, затем цитированные выше монографии А.В. Матросова [9], М.Н. Кирсанова [7], В.П. Дьяконова [79] - [82]. М.Н.

Перейдем теперь к работам по математическому моделированию в системах компьютерной математики. СКМ с самого начала обратили внимание исследователей как мощное средство компьютерного моделирования объектов, свойств и, особенно, процессов. В настоящее время трудно представить развитие современной теоретической физики, физики высоких энергий, фундаментальных полей, астрофизики и космологии без систем компьютерной математики. Необходимо отметить, что СКМ как раз и были созданы в лабораториях физики высоких энергий. Как ни странно, но одними из первых монографий, посвященных систематическому применению СКМ в математическом моделировании были монографии Альфреда Грэя [83], [84], посвященные применению пакета Mathematica к проблемам дифференциальной геометрии и теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Далее следует отметить монографию В.П. Дьяконова, посвященную моделированию научно - технических задач с помощью пакета Mathematica 4 [85], монографию Ч.Г. Эдвардса и Д.Э. Пенни [86], посвященную моделированию краевых задач в пакете Mathematica, цитированные выше монографию А.В. Матросова [9], посвященную математическому моделированию задач механики, монографии Д.П. Голоскокова [4, 5], посвященные математическому моделированию задач математической физике в пакете Maple, и другие [87]-[96]. Следует заметить, что пакет компьютерной математики Maple, начиная уже с самых ранних версий имеет несомненные преимущества в области 3D-графики, особенно, интерактивной и динамической, по сравнению с пакетом Mathematica, и позволяет программными средствами решить указанные задачи¹. Эта книга посвящена разработке программных процедур математического моделирования именно в пакете Maple.