**Краткий конспект лекции по сопротивлению материалов**

Лекция 1. ВВЕДЕНИЕ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Прочность, жесткость, устойчивость, – как понятия определяющие надёжность конструкций в их сопротивлении внешним воздействиям. Расчётные схемы (модели): твёрдого деформируемого тела, геометрических форм элементов конструкций. Внутренние силы в деформируемых телах и их количественные меры. Метод сечений. Напряжённое состояние. Перемещения и деформации. Понятия упругости и пластичности. Линейная упругость (закон Гука). Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции).

**Основные понятия.** Сопротивление материалов, наука о прочности (способности сопротивляться разрушению при действии сил) и деформируемости (изменении формы и размеров) элементов конструкций сооружений и деталей машин. Таким образом, данный раздел механики дает теоретические основы расчета прочности, жесткости и устойчивости инженерных конструкций.

Под нарушением прочности понимается не только разрушение конструкции, но и возникновение в ней больших пластических деформаций. Пластическая деформация – это часть деформации, которая не исчезает при разгрузке, а пластичность – способность материала сохранять деформацию.Возникновение пластических деформаций связано с нарушением нормальной работы конструкции и поэтому пластические деформации считаются недопустимым.

***Жесткость*** – это способность конструкции (или материала) сопротивляться деформированию. Иногда деформация конструкции, отвечающей условию прочности, может воспрепятствовать нормальной ее эксплуатации. В таком случае конструкция имеет недостаточную жесткость.

***Устойчивость*** – это способность конструкции сохранять положение равновесия, отвечающее действующей на нее нагрузке.

Конструкции, как правило, имеют сложную форму, отдельные элементы которой можно свести к простейшим типам, являющимисяосновными объектами изучения сопротивления материалов: стержни, пластинки, оболочки, массивы, для которых устанавливаются соответствующие методы расчёта на прочность, жёсткость и устойчивость при действии статических и динамических нагрузок, т.е. расчет реальной конструкции начинается с выбора расчетной схемы. Выбор расчетной схемы начинается со схематизации свойств материала и характера деформирования твердого тела, затем выполняется схематизация геометрической.Стержень – тело, у которого один размер (длина) значительно превышает два других размера.

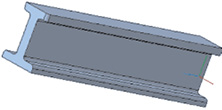


Рис. 1. Стержень

Оболочка – это тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями, у которого один размер (толщина) много меньше двух других размеров. Пластина – это тело, ограниченное двумя параллельными плоскостями.

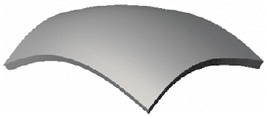


Рис. 2. Оболочка

Массив – тело, у которого все три размера имеют один порядок.



Рис. 3. Массив

Базируясь на законах и выводах теоретической механики, сопротивление материалов, помимо этого, учитывает способность реальных материалов деформироваться под действием внешних сил.

При выполнении расчетов принимаются допущения, связанные со свойствами материалов и с деформацией тела.

Основные допущения.

1. Материал считается однородным (независимо от его микроструктуры физико-механические свойства считаются одинаковыми во всех точках).

2. Материал полностью заполняет весь объем тела, без каких-либо пустот (тело рассматривается как сплошная среда).

3. Обычно сплошная среда принимается изотропной, т.е. предполагается, что свойства тела, выделенного из нее, не зависят от его ориентации в пределах этой среды. Материалы, имеющие различные свойства в разных направлениях, называют анизотропными (например, дерево).

4. Материал является идеально упругим (после снятия нагрузки все деформации полностью исчезают, т.е. геометрические размеры тела полностью или частично восстанавливаются). Свойство тела восстанавливать свои первоначальные размеры после разгрузки называется упругостью.

5. Деформации тела считаются малыми по сравнению с его размерами. Это допущение называется принципом начальных размеров. Допущение позволяет при составлении уравнений равновесия пренебречь изменениями формы и размеров конструкции.

6. Перемещения точек тела пропорциональны нагрузкам, вызывающим эти перемещения (до определенной величины деформации материалов подчиняются закону Гука). Для линейно деформируемых конструкций справедлив принцип независимости действия сил (или принцип суперпозиции): результат действия группы сил не зависит от последовательности нагружения ими конструкции и равен сумме результатов действия каждой из этих сил в отдельности.

7. Предполагается, что в сечениях, достаточно удаленных от мест приложения нагрузки, характер распределения напряжений не зависит от конкретного способа нагружения. Основанием для такого утверждения служит принцип Сен-Венана.

8. Принимается гипотеза плоских сечений (гипотеза Бернулли): плоские поперечные сечения стержня до деформации остаются плоскими и после деформации.

Внутри любого материала имеются внутренние межатомные силы. При деформации тела изменяются расстояния между его частицами, что в свою очередь приводит к изменению сил взаимного притяжения между ними. Отсюда, как следствие, возникают внутренние усилия. Для определения внутренних усилий используют метод сечения. Для этого тело мысленно рассекают плоскостью и рассматривают равновесие одной из его частей (рис. 4).

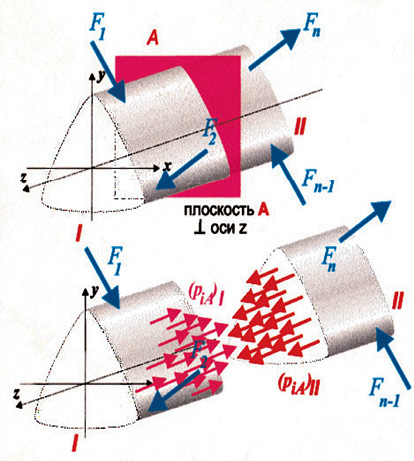


Рис. 4. Выявление внутренних усилий по методу сечений

Метод заключается в следующем:

1 Разрезаем систему (на части).

2. Отбрасываем одну часть.

3. Заменяем действие отброшенной части на оставшуюся внутренними силами упругости (приложим в сечении усилия, способные уравновесить внешние силы, действующие на отсеченную часть).

4. Составляем уравнения равновесия, составленное для отсеченной части и находим значения усилий.

Используем метод сечений и приведем внутренние силы к центру тяжести поперечного сечения стержня. В результате приведения мы получим результирующую силу R, равную главному вектору и пару сил с моментом M, равным главному моменту системы.

Проектируя R и M на координатные оси, получаем в общем случае 6 алгебраических величин – 6 внутренних силовых факторов:

N – нормальная сила;

Qy или Qz – поперечные силы;

My или Mz – изгибающие моменты;

T – крутящий момент.

### **Лекция 2. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ – СЖАТИЕ**

Внутренние силы в поперечных сечениях стержня. Построение эпюр внутренних сил от действия внешних сил. Напряжения в поперечных сечениях стержня. Деформации продольные и поперечные, коэффициент Пуассона. Закон Гука. Модуль упругости. Определение перемещений поперечных сечений стержня. Построение эпюр напряжений и перемещений.

**Растяжение – сжатие**. Растяжение и сжатие – это наиболее простые и часто встречающиеся виды деформации. На растяжение и сжатие работают многие элементы конструкций: стержни ферм, колонны, канаты лебедок, штоки паровых машин, лонжероны крыла самолетов. Растяжение и сжатие – это наиболее простые виды деформации, поэтому изучение курса сопромата начинается именно с изучения этих видов деформации.

**Внутренняя** продольная сила (или нормальная сила). При растяжении или сжатии в поперечных сечениях бруса возникает только один внутренний силовой фактор – внутренняя продольная сила N (рис. 5). Брус имеет два характерных участка. Для определения продольной силы N воспользуемся методом сечения. На расстоянии y1 проведем сечение на первом участке и рассмотрим равновесие отсеченной части. Продольную силу будем всегда показывать от сечения, что будет соответствовать растяжению бруса.

Составим условие равновесия на ось y

N1– F = 0,

откуда

N1 = F.

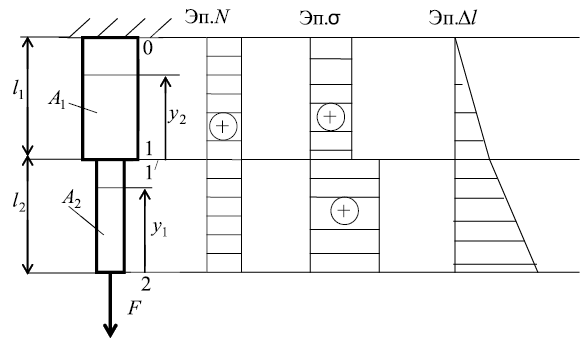
Проведем на втором участке сечение на расстоянии y2. Рассматривая равновесие отсеченной части, получаем N2 = F. Строим эпюру продольных сил.

**Нормальные напряжения**. Исходя из определения напряжения, можно записать

2924.png(1)

где σ – нормальное напряжение в произвольной точке сечения.

Согласно гипотезе плоских сечений (гипотезаБернулли) все продольные волокна бруса деформируются одинаково, а это означает, что напряжения в поперечных сечениях одинаковы, т.е. σ = const.



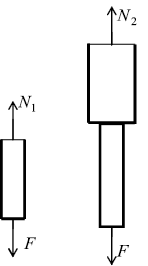


Рис. 5. Построение эпюр N, σт, Δl

В этом случае получаем

2938.png

откуда .

2946.png

Рассчитывая напряжения в каждом сечении, строим эпюру нормальных напряжений (рис. 5).

2953.png

**Деформации и перемещения.**

Величина, на которую изменится длина бруса (или одного из его участков) под действием продольных сил, называется продольной деформацией (рис. 6). **Относительная продольная деформация** – отношение абсолютной продольной деформации Dl к первоначальной длине стержня l:

ε = Dl/l0

Величина Δа (Δb), на которую изменится размерпоперечногосечениябруса а (b) под действием продольной силы, называется поперечной деформацией.

Отношение абсолютной поперечной деформации, Dа (Db) к первоначальному размеру сечения бруса а (b), называется относительной поперечной деформацией:

2962.png

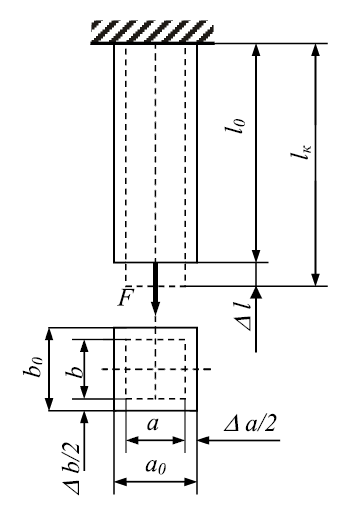


Рис. 6. Схема деформирования стержня

### **Лекция 3. СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ – СЖАТИИ**

Понятие о стержневых системах и механизмах. Статически определимые и неопределимые стержневые системы: особенности расчёта. Механические свойства материалов. Типовые диаграммы деформирования материала при растяжении. Характеристики упругих, прочностных и деформационных свойств материалов. Назначение допускаемых напряжений, коэффициент запаса прочности. Условия прочности и жесткости конструкции.

**Стержневые системы** состоят из стержней, соединенных в узлах. Сооружения во время всего срока эксплуатации должны быть геометрически неизменяемыми системами, способными воспринимать нагрузки без заметного изменения геометрии. Положение шарнира на плоскости определяется двумя координатами. Следовательно, шарнир обладает двумя степенями свободы. Степень свободы – число независимых геометрических параметров, определяющих положение шарнира. Если шарнир присоединен к земле с помощью стержня, то эта система имеет одну степень свободы. Система с одной степенью свободы – геометрически изменяемая система. Узлы изменяемых систем могут перемещаться без изменения длин стержней. Траекторией движения шарнира является дуга окружности. Изменяемые системы называют механизмами.

Плоская система – система конструкций, в которой оси симметрии всех элементов и линии действия внешних сил находятся в одной плоскости. В строительной практике плоская система (конструкции) не применяются в изолированном виде, они, как правило, пространственно связаны между собой. Однако для упрощения инженерных расчётов многие сооружения в расчётных схемах рассматривают как совокупность отдельных. При расчёте статически определимых стержневых систем (число неизвестных в задаче не должно превышать числа уравнений равновесия) для определения опорных реакций, внутренних усилий и деформаций достаточно использования уравнений статики.

**Пример**. К двум одинаковым стержням приложена сила F. Определить усилия в стержнях.

Решение.

Из условия равновесия узла С находим усилия в стержнях:

∑Yі = 0,2Ncosα – F = 0, N = F/(2 cosα).

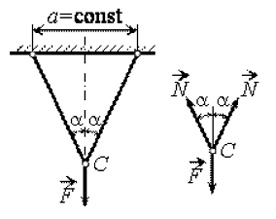


Рис. 7. Схема к задаче примера

**Статически неопредилимая система**. В качестве примера рассмотрим систему из трех стержней, нагруженных силой Q (рис. 1). Длины крайних стержней обозначим l1; длину среднего l3.

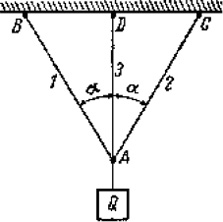


Рис. 8. Расчетная схема однократно статически  
неопределимой стержневой системы

Зададимся отношением площадей стержней; примем, что все три стержня будут иметь одинаковую площадь F. Получим:

1. N1 = N2.

2. N3 + 2N1 – Q = 0.

3. Δl1 = Δl3cos α.

Используя закон Гука, получим:

N1 = N3cos2α.

Следовательно:

2998.png3005.png

**Диаграмма растяжения**. Для изучения физико-механических свойств материала и установления значений предельных напряжений (предела пропорциональности, предела упругости, предела текучести, предела прочности, и т.п.), необходимых для оценки прочности и деформативности материалов, проводят испытания образцов материала вплоть до разрушения. Они проводятся на специальных испытательных машинах, создающих постепенно возрастающую нагрузку на испытываемый образец. При испытаниях также обеспечивается высокая точность измерения деформаций испытываемых образцов материалов. Основным видом исследования механических свойств материала является испытание на растяжение образцов, представляющих собой, как правило, стержни круглого сечения.

При испытании автоматически строится диаграмма растяжения или сжатия. Имея диаграмму испытания и пользуясь разработанными в сопротивлении материалов методами расчёта, можно прогнозировать поведение реальной конструкции, изготовленной из того же материала. При нагружении снимаются показания величины растягивающей силы и длины образца. Затем строится условная диаграмма растяжения в координатах ε и σ. Напряжение в сечении определяют по зависимости3016.png, где F ? сила нагружения; A – площадь поперечного сечения образца.

Относительнаялинейная деформация определяется из выражения

3024.png

где Δl = li – l – относительное удлинение образца; l – исходная длина образца; li – длина образца в данный момент отсчета.

Диаграмма растяжения для пластичных материалов имеет вид, показанный на рис. 9. На диаграмме растяжения можно выделить четыре характерные участка. Участок AB – участок пропорциональности. На этом участке выполняется закон Гука: σ = εE. Участок BC – площадка текучести. На этом участке происходит удлинение образца без изменения нагрузки. Напряжение, при котором происходит течение образца, называется пределом текучести и обозначается σт.

Участок CB – участок упрочнения. На этом участке для дальнейшего удлинения образца необходимо увеличить нагрузку. В точке D происходит образование шейки и на участке DE происходит местное удлинение образца. Напряжение, при котором образуется шейка, называется пределом прочности и обозначается σв.

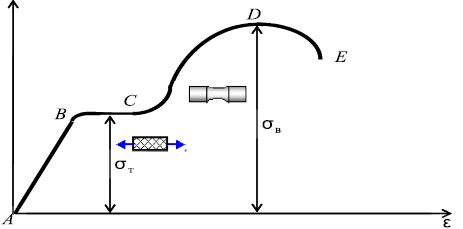


Рис. 9. Диаграмма растяжения

На участке AB – упругие деформации, т.е. после снятия нагрузки образец будет иметь первоначальные размеры. Поэтому для деталей, изготовленных из пластичных материалов, действующие напряжения не должны превышать напряжения текучести σт. С этой целью вводят понятия допускаемых напряжений, которые рассчитываются по зависимости:3050.pngгде [s] допускаемый коэффициент запаса прочности, который зависит от назначения детали, точности расчетных формул и некоторых других факторов.

**Условия прочности и жесткости конструкции**. В сопротивлении материалов определяются наибольшие напряжения в элементах сооружений или деталях машин. Они сравниваются с нормативными величинами, т.е. с напряжениями, которые можно допустить, не опасаясь повреждения или разрушения этих элементов (деталей). Проверке подлежат также деформации тела и перемещения его отдельных точек. Прочность конструкции будет обеспечена, если максимальное напряжение в ней не будет превышать допускаемого напряжения

σmax ≤ [σ]. (2)

Для бруса, испытывающего напряжения растяжения, условие прочности будет иметь вид:

3060.png

Условие жесткости при растяжении брусаопределяется зависимостью

3069.png

где [Δl] – допустимая деформация бруса.

### **Лекция 4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ СТЕРЖНЯ**

Математические определения геометрических характеристик плоских фигур: статические моменты, осевые моменты инерции и центробежный, полярный момент инерции. Центральные оси. Главные оси. Определение положения центра тяжести элементарных сечений и составленного из элементарных фигур. Нахождение геометрических характеристик сечений относительно центральных осей.

Различают следующие характеристики сечений: площадь А, статические моменты площади, моменты инерции площади, центробежный момент инерции площади.

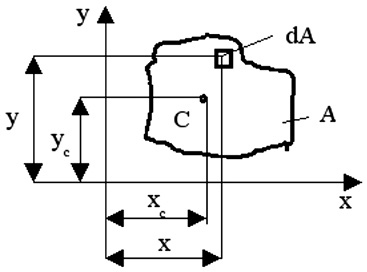


Рис. 10. Площадь А в системе координат х, у

Под статическим моментом площади относительно некоторой оси понимается сумма произведений площадей элементарных площадок на расстояния от их центра тяжести до соответствующей оси:

3090.png

Определение центра тяжести сечения. Статические моменты сечения относительно осей проходящих через центр тяжести равны нулю, поэтому их используют для определения координат центров тяжести сечения. Для этого проводят вспомогательные оси x и y и координаты центра тяжести сечения определяют по зависимостям:

3098.png(3)

Моменты инерции сечения. Осевым моментом инерции сечения I называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на квадрат расстояния до оси. Осевые моменты инерции сечения относительно осей x и y будут соответственно равны

3111.png(4)

Полярным моментом инерции сечения Iρ называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на квадрат расстояния до начало координат.

3118.png(5)

Учитывая, что ρ2 = x2 + y2, получаем Iρ = Ix + Iy.

Полярный момент инерции сечения равен сумме осевых моментов инерции сечения.

Оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю, называются главными центральными осями, осевые моменты инерции относительно их принимают свои экстремальные значения (максимум и минимум).

Полярный момент инерции

Jρ= Jx + Jy;, (6)

3125.png

Полярный момент инерции относительно данной точки – сумма произведений элементарных площадей dA на квадраты их расстояний (ρ2 = y2 + z2) до этой точки, взятая по всей площади сечения А.

**Моменты сопротивления**. Осевой момент сопротивления относительно рассматриваемой оси – величина равная моменту инерции относительно той же оси отнесенному к расстоянию до наиболее удаленной от этой оси точки

3134.png

Полярный момент сопротивления

3144.png

Осевой и полярный моменты сопротивления имеют размерность м3.

**Радиус инерции**

Радиусом инерции сечения относительно некоторой оси, называется величина, определяемая из соотношения:

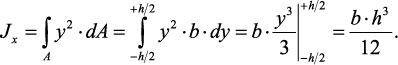
3153.png

**Вычисление геометрических характеристик простых фигур.**

Прямоугольное сечение.

Определим осевой момент инерции прямоугольника относительно оси х.

Разобьем площадь прямоугольника на элементарные площадки с размерами b (ширина) и dy (высота) (рис. 11). Тогда площадь такого элементарного прямоугольника (заштрихована)равна dA = b•dy. Подставляя значение dA в формулу для определения осевого момента инерции, получим:



По аналогии запишем

3181.png

Круглое сечение

Вначале целесообразно найти полярный момент инерции. Затем, учитывая, что для круга Jx = Jy, а Jρ = Jx + Jy, найдем Jx = Jy = Jρ/2.

Разобьем круг на бесконечно малые кольца толщиной dρ и радиусом ρ (рис. 12); площадь такого кольца1. Подставляя выражение для площади кольца в выражение для Jρ и интегрируя, получим:

3191.png

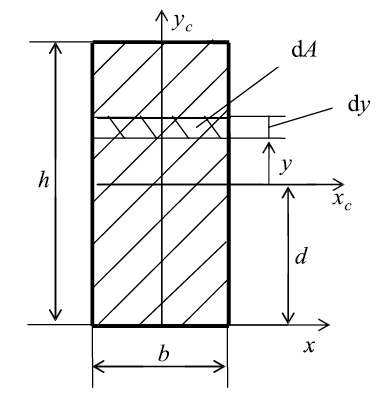


Рис. 11. Прямоугольник

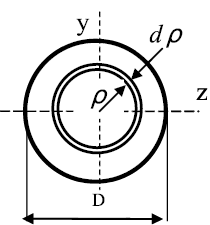


Рис. 12. Круг

Тогда

3204.png

### **Лекция 5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК**

Преобразование характеристик при параллельном переносе осей. Преобразование центробежного и осевых моментов инерции при вращении центральных осей. Главные центральные оси. Главные осевые моменты инерции сечения.

Моменты инерции относительно параллельных осей. При рассмотрении нескольких осей, параллельных друг другу (рис. 4), оказывается, что можно легко вычислить моменты инерции фигуры относительно любой из этих осей, зная ее момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести фигуры параллельно выбранным осям.

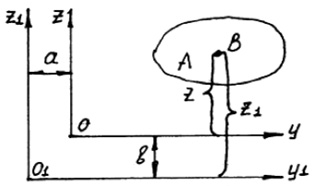
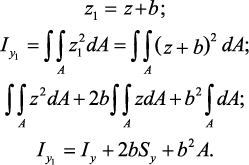


Рис. 13. Параллельные оси

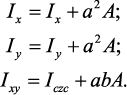
Рассмотрим произвольную фигуру. Проведем центральную ось Оу, момент инерции относительно этой оси назовем Jy. Проведем в плоскости фигуры ось y1 параллельно оси у на расстоянии αот нее. Найдем зависимость между Jy и J′y– моментом инерции относительно оси y1. Для этого напишем выражения для JyиJy′. Разобьем площадь фигуры на площадки dA; расстояния каждой такой площадки до осей у и y1 назовем z и z1. Тогда из рис. 13 имеем:



Первый из этих трех интегралов – момент инерции относительно оси Оу. 2-й – статический момент относительно той же оси; 3-й интеграл – площадь.

Так как ось Оу – центральная, то второе слагаемое– статический момент относительно той же оси равен нулю, так как ось у проходит через центр тяжести фигуры.

Таким образом,



т.е. осевой момент инерции относительно любой оси равен моменту инерции относительно центральной оси, проведенной параллельно у данной, плюс произведение площади фигуры на квадрат расстояния между осями; а центробежный момент инерции относительно системы взаимно перпендикулярных осей, параллельных центральным, равен центробежному моменту инерции относительно этих центральных осей плюс произведение из площади фигуры, на координаты ее центра тяжести относительно новых осей.

**Зависимость между моментами инерции при повороте осей**. Центральных осей можно провести сколько угодно. Является вопрос, нельзя ли выразить момент инерции относительно любой центральной оси в зависимости от момента инерции относительно одной или двух определенных осей. Для этого посмотрим, как будут меняться моменты инерции относительно двух взаимно перпендикулярных осей при повороте их на угол α.

Возьмем какую-либо фигуру и проведем через ее центр тяжести О две взаимно перпендикулярные оси Оу и Oz (рис. 14).

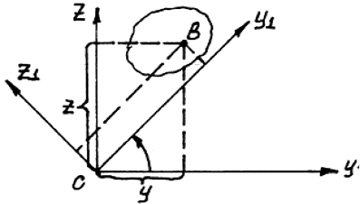


Рис. 14. Расчетная модель для определения моментов инерции  
для повернутых осей

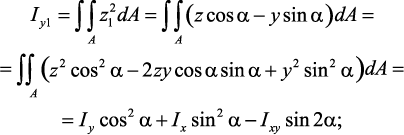
Пусть нам известны осевые моменты инерции относительно этих осей Jy, Jz, а также центробежный момент инерции Jyz. Начертим вторую систему координатных осей y1 и z1 наклоненных к первым под углом α; положительное направление этого угла будем считать при повороте осей вокруг точки О против часовой стрелки. Начало координат О сохраняем. Выразим моменты относительно второй системы координатных осей Jy′ и Jz′, через известные моменты инерции Jy и Jz.

Напишем выражения для моментов инерции относительно этих осей.

Из чертежа видно, что координаты площадки dA в системе повернутых осей y1Oz1 будут:

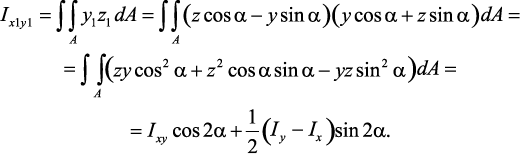
3259.png

Подставляя эти значения y1 и z1 в(1),получим:



3281.png

3289.png

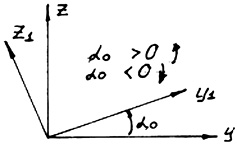


Также

3305.png

Моменты инерции при повороте осей изменяются, и при некотором угле α экстремальные значения достигают максимума.

Оси, относительно которых осевые моменты инерции принимают экстремальные значения, называются **главными осями инерции**.



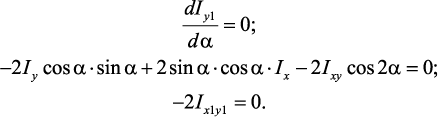


Рис. 15. Главные центральные оси

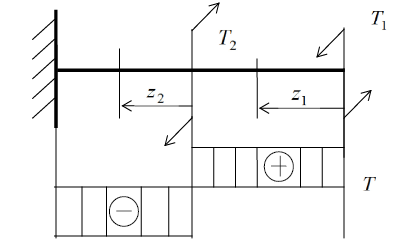
Относительно главных осей центробежный момент равен нулю. Оси, проходящие через центры тяжести, называются **главными центральными осями.**

Положение главных осей:

3332.png

Значения главных центральных моментов инерции:

3340.png

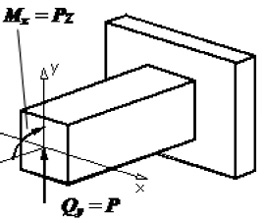
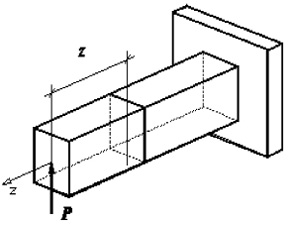


### **Лекция 8. ИЗГИБ**

Плоский поперечный изгиб прямых стержней (брусьев, балок). Определение внутренних сил (поперечных сил и изгибающих моментов) в произвольном поперечном сечении стержня и построение их эпюр. Дифференциальные зависимости между нагрузкой, поперечными силами, изгибающими моментами, их использование при построении диаграмм и контроля правильности построения.

**Плоский изгиб**. Под плоским поперечным изгибом понимают такой вид деформации, при которой происходит искривление оси прямого бруса, и в поперечном сечении бруса действует два силовых фактора: изгибающий момент М и поперечная сила Q. Осью бруса называется геометрическое место точек центров тяжестей поперечных сечений бруса. Изгиб – плоский, если ось балки после деформации остается плоской линией. В противном случае имеет место косой изгиб. Если поперечная сила не возникает, изгиб называется чистым изгибом.

Рассмотрим, например, балку, нагруженную вертикальной сосредоточенной силой P. Для определения внутренних усилий при прямом изгибе, возникающих в поперечном сечении, расположенном на расстоянии z от места приложения нагрузки, воспользуемся методом сечений.



а               б

Рис. 22. Плоский изгиб:  
а – балка под нагрузкой Р; б – внутренние силы при изгибе

Разрежем мысленно балку в интересующем месте на две части.Отбросим левую часть балки, нагруженную силой P. Заменим действие отброшенной левой части балки на оставленную правую часть внутренними силами.

Внутренние усилия возникают во всех точках поперечного сечения балки и распределены по неизвестному закону. Не имея возможности определить эти внутренние усилия для каждой точки сечения, заменяем их статически эквивалентными внутренними силовыми факторами, приложенными в центре тяжести поперечного сечения.

Внутренние силовые факторы определяются из условия равновесия рассматриваемой части балки. Однако можем внутренние силовые факторы найти и непосредственно, как действие отброшенной левой части на правую часть. Видно, что часть балки, нагруженная силой P, стремится изогнуть рассматриваемую нами правую часть выпуклостью вниз, а также пытается произвести срез. Следовательно, в сечении должны возникнуть поперечная сила и изгибающий момент.

Осуществим параллельный перенос силы P в центр тяжести поперечного сечения балки. По правилам теоретической механики добавляется момент, равный Pz.

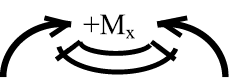
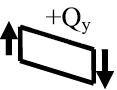
Таким образом, в поперечном сечении балки возникают два внутренних силовых фактора:

– изгибающий момент, численно равный алгебраической сумме моментов всех сил, приложенных к отбрасываемой части балки, относительно главной центральной оси, проходящей через центр тяжести рассматриваемого сечения (в данном примере М = Рz);

– поперечная сила, численно равная алгебраической сумме всех внешних сил (активных и реактивных), действующих на отбрасываемую часть балки (в нашем примере Q = P).

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. При расчете балок на прочность необходимо знать характер изменения изгибающего момента и поперечной силы вдоль оси балки и знать положение опасного сечения. С этой целью строят эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Если внешняя сила стремится повернуть отсеченную часть по часовой стрелке относительно рассматриваемого сечения, то поперечная сила положительна.



а                                                   б

Рис. 23. Правило знаков для внутренних усилий:  
а – для поперечной силы; б – для изгибающего момента

Изгибающий момент будет положительным, если при действии момента внешних сил балка искривляется выпуклостью вниз.

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов рассмотрим на конкретном примере.

Пусть на балку действует внешний изгибающий момент m = 6 кН•м и внешняя сила F = 12 кН, l = 1 м. Определим реакции в опорах A и B. Составим уравнения равновесия моментов всех внешних сил относительно опор A и B

3612.png

откуда

3622.png

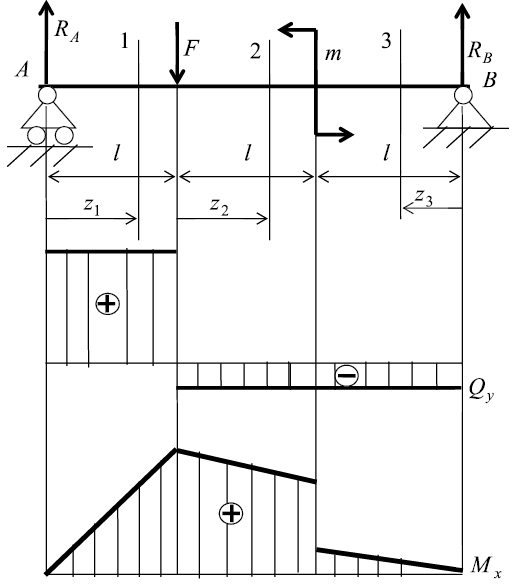
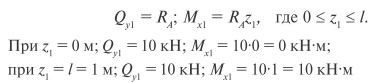


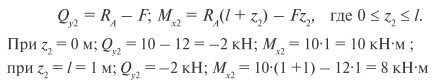
Рис. 24. Эпюры Qy, Mx

Проведем сечения на каждом характерном участке и определим значения поперечной силы Qy и изгибающего момента Mx.

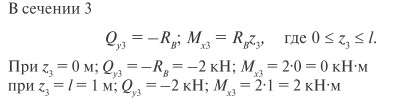
В сечении 1



В сечении 2



В сечении 3



По полученным значениям строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рис. 24).

**Дифференциальные зависимости при изгибе.**

Выделим на участке балки с произвольной нагрузкой в месте, где нет сосредоточенных сил и моментов, малый элемент dz. Так как вся балка находится в равновесии, то и элемент dz будет находиться в равновесии под действием приложенных к нему поперечных сил, изгибающих моментов и внешней нагрузки. Поскольку Qy и Mx в общем случае меняются вдоль оси балки, то в сечениях элемента dz будут возникать поперечные силы Qy и Qy + dQy, а также изгибающие моменты Mx и Mx + dMx.

Из условия равновесия выделенного элемента получим:

3639.pngследовательно

3647.png

3655.pngследовательно

3663.png

Первое из двух записанных уравнений дает условие

3688.png   (10)

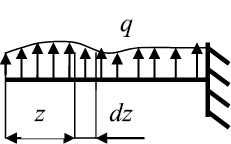
Из второго уравнения, пренебрегая слагаемым3699.pngкак бесконечно малой величиной второго порядка, найдем

3707.png(11)

Рассматривая полученные выражения, совместно можем получить

3721.png(12)

Полученные соотношения называют дифференциальными зависимостями Д.И. Журавского при изгибе.



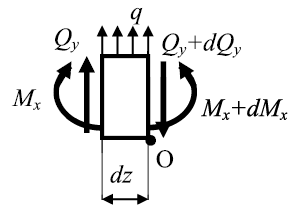


Рис. 25. Внутренние усилия в балке при изгибе

Анализ дифференциальных зависимостей при изгибе позволяет установить некоторые правила построения эпюр изгибающих моментов и поперечных сил:

– на участках, где нет распределенной нагрузки q, эпюры Q ограничены прямыми, параллельными базе, а эпюры М – наклонными прямыми;

– на участках, где к балке приложена распределенная нагрузка q, эпюры Q ограничены наклонными прямыми, а эпюры М – квадратичными параболами;

– в сечениях, где к балке прикладывается сосредоточенная сила, на эпюре Q будут скачки на величину и в направлении данной силы, а на эпюре М – перегибы, острием направленные в направлении действия этой силы;

– в сечениях, где к балке прикладывается сосредоточенный момент, на эпюре Q изменений не будет, а на эпюре М – скачок на величину момента;

– в сечении, где приложена сосредоточенная внешняя сила эпюра изгибающих моментов делает резкое изменение угла наклона смежных участков эпюры (излом эпюры). Излом эпюры направлен навстречу вектору силы;

– сосредоточенная (или распределенная) пара сил влияния на закон изменения поперечных сил на участке не оказывает, и на эпюре Q это ни как не отражается;

– в сечении, где приложена пара сил, эпюра изгибающих моментов делает скачок на величину этой пары и с ее знаком;

– на участке, где приложена равномерно распределенная нагрузка q, эпюра поперечных сил имеет вид прямой наклонной линии с угловым коэффициентом q;

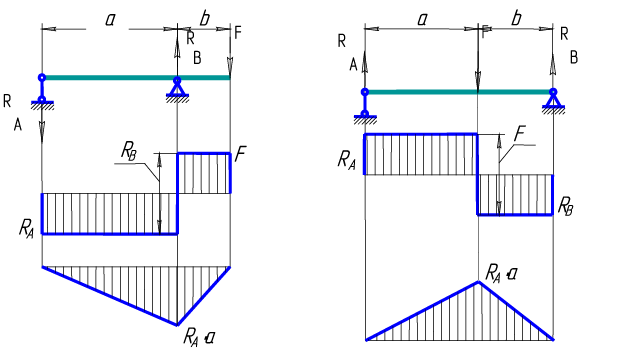
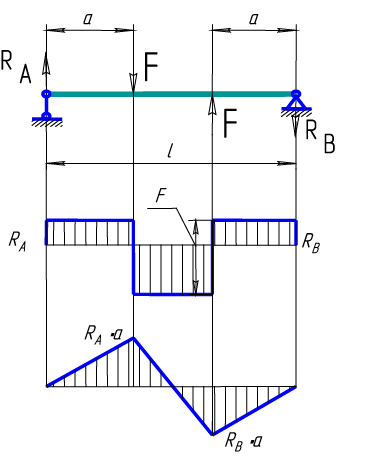


Рис. 26. В сечении, в котором к балке приложена сосредоточенная внешняя сила, перпендикулярная к оси балки, эпюра поперечных сил Q делает скачок  
на величину этой силы и с ее знаком

– на участке, где приложена равномерно распределенная нагрузка, эпюра изгибающих моментов ограничена параболической кривой;

– в сечении, где приложена сосредоточенная сила, эпюра изгибающих моментов делает резкое изменение угла наклона смежных участков эпюры (излом эпюры). Излом эпюры направлен навстречу вектору силы;

– на участке, где поперечная сила равна нулю, наблюдается деформация чистого плоского изгиба, при котором изгибающий момент является постоянной величиной.



### **Лекция 9. НАПРЯЖЕНИЯ И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ**

Гипотезы при изгибе. Нейтральный слой, радиус кривизны, кривизна, распределение деформаций и нормальных напряжении по высоте поперечного сечения стержня. Касательные напряжения при плоском поперечном изгибе стержней. Расчет балок на прочность при изгибе. Перемещения при изгибе.

**Нормальные напряжения** при чистом прямом изгибе. Так как нормальные напряжения зависят только от изгибающих моментов, то вывод формулы для вычисления можно производить применительно к чистому изгибу. Отметим, что методами теории упругости можно получить точную зависимость для нормальных напряжений при чистом изгибе, если же решать эту задачу методами сопротивления материалов, необходимо ввести некоторые допущения.

Таких гипотез при изгибе три:

1) гипотеза плоских сечений (гипотеза Бернулли) – сечения плоские до деформации остаются плоскими и после деформации, а лишь поворачиваются относительно некоторой линии, которая называется нейтральной осью сечения балки. При этом волокна балки, лежащие с одной стороны от нейтральной оси будут растягиваться, а с другой – сжиматься; волокна, лежащие на нейтральной оси своей длины не изменяют;

2) гипотеза о постоянстве нормальных напряжений – напряжения, действующие на одинаковом расстоянии у от нейтральной оси, постоянны по ширине бруса;

3) гипотеза об отсутствии боковых давлений – соседние продольные волокна не давят друг на друга.

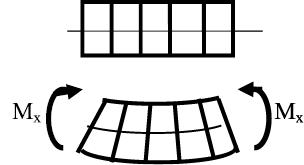


Рис. 28. Гипотеза Бернулли

**Статическая задача о плоском изгибе**. Изгибающий момент в сечении представляет собой сумму моментов всех элементарных внутренних нормальных сил σ•dA, возникающих на элементарных площадках поперечного сечения балки (рис. 29), относительно нейтральной оси:3875.png.

Данное выражение представляет собой статическую сторону задачи о плоском изгибе. Но его нельзя использовать для определения нормальных напряжений, так как неизвестен закон распределения напряжений по сечению.

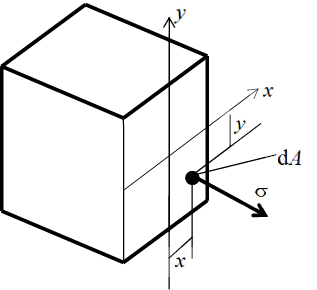
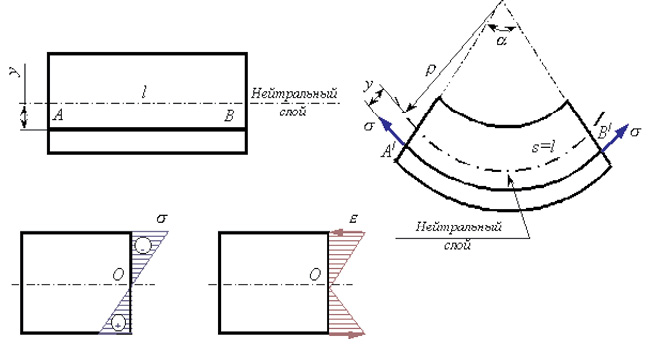


Рис. 29. Статическая сторона задачи

**Геометрическая сторона задачи о плоском изгибе**. Выделим двумя поперечными сечениями элемент балки длиной dz. Под нагрузкой нейтральная ось искривляется (радиус кривизны ρ), а сечения поворачиваются относительно своих нейтральных линий на угол dθ. Длина отрезка волокон нейтрального слоя при этом остается неизменной (рис. 30, б):

dz = ρ•dθ.

а                                б



                                                     в                                      г

Рис. 30. Геометрическая сторона задачи:  
а – элемент балки; б – искривление нейтральной оси; в – эпюра σ•dA; г – эпюра ε

Определим длину отрезка волокон, отстоящего от нейтрального слоя на расстоянии y

dz1= (ρ + y)dθ .

Относительное удлинение в этом случае будет

4415.png

Зависимость4406.pngотражает геометрическую сторону задачи о плоском изгибе, из которой видно, что деформации продольных волокон изменяются по высоте сечения по линейному закону.

Совокупность волокон, не меняющих своей длины при изгибе балки, называется нейтральным слоем.

Линия, по которой поперечное сечение балки пересекается с нейтральным слоем балки, называется нейтральной линией сечения.

Физическая сторона задачи о плоском изгибе. Используя закон Гука при осевом растяжении, получаем

3911.png

Подставив в выражение, отражающее статическую сторону задачи о плоском изгибе, значение σ, получаем

3919.png

откуда

3929.png

Подставив значение3939.pngв исходную формулу, получаем

3946.png(13)

Данное выражение отражает физическую сторону задачи о плоском изгибе, которое дает возможность рассчитать нормальные напряжения по высоте сечения.

Хотя это выражение получено для случая чистого изгиба, но как показывают теоретические и экспериментальные исследования, оно может быть использовано и для плоского поперечного изгиба.

**Нейтральная линия.** Положение нейтральной линии определим из условия равенства нулю нормальной силы в сечениях балки при чистом изгибе

3954.png

Так как Mx ≠ 0 и Ix ≠ 0, то необходимо, чтобы нулю был равен интеграл3962.png. Данный интеграл представляет собой статический момент сечения относительно нейтральной оси. Так как статический момент сечения равен нулю только относительно центральной оси, следовательно, нейтральная линия при плоском изгибе совпадает с главной центральной осью инерции сечения.

**Касательные напряжения**. Касательные напряжения, которые возникают в сечениях балки при плоском поперечном изгибе, определяются по зависимости:

3972.png(14)

где Q – поперечная сила в рассматриваемом сечении балки; Sxo– статический момент площади отсеченной части сечения относительно нейтральной оси балки; b – ширина сечения в рассматриваемом слое; Ix –момент инерции сечения относительно нейтральной оси.

Касательные напряжения равны нулю в крайних волокнах сечения и максимальны в волокнах нейтрального слоя.

Расчет балок на прочность при изгибе. Прочность балки будет обеспечена, если будут выполняться условия:

3980.png(15)

Максимальные нормальные напряжения при изгибе возникают в сечениях, где действует максимальный изгибающий момент, в точках сечения наиболее удаленных от нейтральной оси

3989.png

Максимальные касательные напряжения возникают в сечениях балки, где действует максимальная поперечная сила

3997.png

Касательные напряжения τmax обычно малы по сравнению с σmax и в расчетах, как правило, не учитываются. Проверка по касательным напряжениям производится только для коротких балок.

**Перемещения при изгибе**. Под расчетом на жесткость понимают оценку упругой податливости балки под действием приложенных нагрузок и подбор таких размеров поперечного сечения, при которых перемещения не будут превышать установленных нормами пределов.

Условие жесткости при изгибе

4008.png

Перемещение центра тяжести сечения по направлению перпендикулярному к оси балки, называется прогибом. Прогиб обозначается буквой W.

Наибольший прогиб в пролете или на консоли балки, называется стрелой прогиба и обозначается буквой ƒ.

Угол**q**, на который каждое сечение поворачивается по отношению к своему первоначальному положению и есть угол поворота.

Угол поворота считается положительным, при повороте сечения против хода часовой стрелки

Угол поворота сечения равен значению производной от прогиба по координате Z в этом же сечении, то есть:

4019.png

Уравнение упругой линии балки

4029.png(16)

Существуют три метода решения дифференциального уравнения упругой линии балки. Это метод непосредственного интегрирования, метод Клебша и метод начальных параметров.

**Метод непосредственного интегрирования**. Проинтегрировав уравнение упругой линии балки первый раз, получают выражение для определения углов поворота:

4038.png

Интегрируя второй раз, находят выражения для определения прогибов:

4045.png

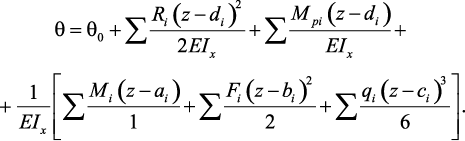
Значения постоянных интегрирования С и D определяют из начальных условий на опорах балки

**Метод Клебша**. Для составления уравнений необходимовыполнить следующие основные условия:

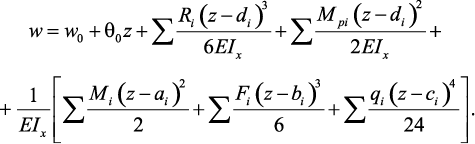
* начало координат, для всех участков, необходимо расположить в крайнем левом конце балки;
* интегрирование дифференциального уравнения упругой линии балки проводить, не раскрывая скобок;
* при включении в уравнение внешнего сосредоточенного момента М его необходимо помножить на (Z – a), где а – координата сечения, в котором приложен момент;
* в случае обрыва распределенной нагрузки ее продлевают до конца балки, а для восстановления действительных условий нагружения вводят «компенсирующую» нагрузку обратного направления

Метод начальных параметров

Для углов поворота

(17)

Для прогибов:

(18)

где θ – угол поворота сечения; w – прогиб; θo – угол поворота в начале координат; w0 – прогиб в начале координат; dі – расстояние от начало координат до i-й опоры балки; ai – расстояние от начало координат до точки приложения сосредоточенного момента Mi; bi – расстояние от начало координат до точки приложения сосредоточенной силы Fi; сi – расстояние от начало координат до начала участка распределенной нагрузки qi; Ri и Мрi – реакция и реактивный момент в опорах балки.

**Определение стрелы прогибов для простых случаев**

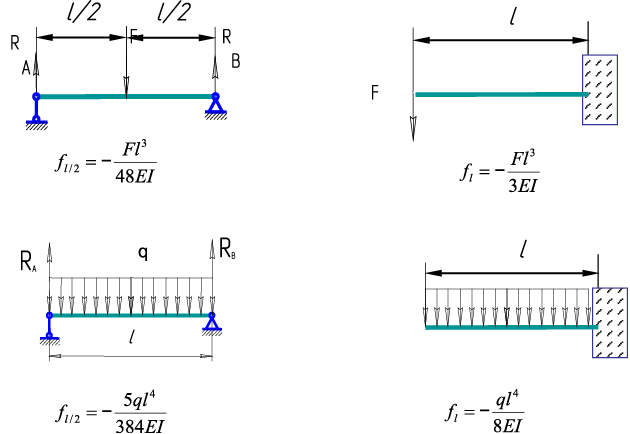


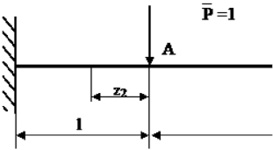
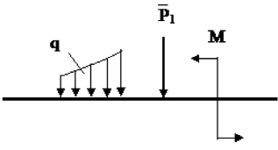
Рис. 31. Примеры нагрузок балок

**Вычисление перемещений методом Мора**

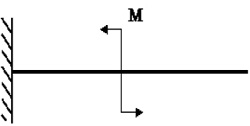
Если не требуется знание уравнения изогнутой линии бруса, а необходимо определить только линейные или угловые перемещения отдельного сечения, удобнее всего воспользоваться методом Мора.Для балок и плоских рам интеграл Мора имеет вид:

4090.png

где δ – искомое перемещение (линейное или угловое); Мp, Мi– аналитические выражения изгибающих моментов соответственно от заданной и единичной cилы; EJx – жесткость сечения балки в плоскости изгиба. При определении перемещений нужно рассматривать два состояния системы: 1 – действительное состояние, с приложенной внешней нагрузкой; 2 – вспомогательное состояние, в котором балка освобождается от внешней нагрузки, а к сечению, перемещение которого определяется, прикладывается единичная сила, если определяется линейное перемещение, или единичный момент, если определяется угловое перемещение (рис. 32).



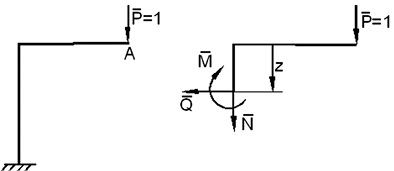
а                                   б



в

Рис. 32. Определение перемещений:  
а – действительное состояние; б, в – вспомогательные состояния

Формулу Мора можно получить, например. используя принцип возможных перемещений.



а                                                                                б

Рис. 33. Схема рамы:  
а – под воздействием силы; б – внутренние усилия

Рассмотрим схему (рис. 33а), когда в точке А в направлении искомого перемещения ΔA приложена единичная сила4149.png, вызывающая в поперечном сечении системы внутренние силовые факторы4156.png(рис. 33, б). В соответствии с принципом возможных перемещений работа этих внутренних силовых факторов на любых возможных перемещениях должна равняться работе единичной силы4166.pngна возможном перемещении δΔA:

4140.png

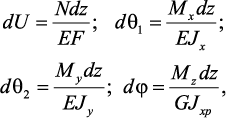
Выбираем возможные перемещения пропорциональными действительным:

4175.png

И после подстановки получим:

4182.png

При учете, что



приходим к формуле Мора

4198.png(19)

которая служит для определения любых обобщённых перемещений в стержневых системах.

В случае, когда брус работает только на изгиб (Mx ≠ 0, Nz = Mz = My = Qx = Qy = 0), выражение (1) принимает вид:

4207.png(20)

**Правило Верещагина** позволяет заменить непосредственное интегрирование в формулах Мора так называемым перемножением эпюр. Способ вычисления интеграла Мора путем замены непосредственного интегрирования перемножением соответствующих эпюр называется способом (или правилом) Верещагина, заключающемся в следующем: чтобы перемножить две эпюры, из которых хотя бы одна является прямолинейной, нужно площадь одной эпюры умножить на ординату другой эпюры, расположенную под центром тяжести первой (ординаты используются только с прямолинейных эпюр). Эпюры сложного очертания могут быть разбиты на ряд простейших: прямоугольник, треугольник, квадратичную параболу и т.п. (рис. 34).

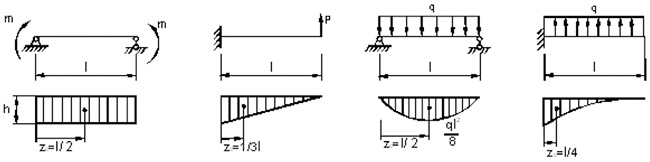


Рис. 34. Простейшие эпюры

**Справедливость правила Верещагина**.

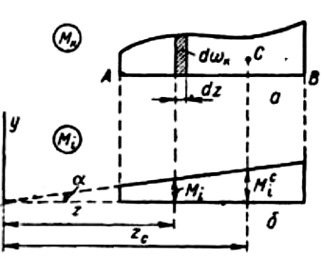


Рис. 35. Схема перемножения эпюр:  
а – произвольная эпюра; б – прямолинейная

Приведены две эпюры изгибающих моментов, из которых одна Мk имеет произвольное очертание, а другая Мi прямолинейна (рис. 35). Сечение стержня считаем постоянным. В этом случае

4240.png

Величина Mkdz представляет собой элементарную площадь dω эпюры Мk (заштрихована). Получаем

4249.png

Но Mi = ztg α, поэтому,

4278.png

Выражение4261.png представляет собой статический момент площади эпюры Мk относительно оси у, проходящей через точку О, равный ωkΖc, где ωk – площадь эпюры моментов; Ζс – расстояние от оси у до центра тяжести эпюры Мk. Из рисунка очевидно:

Ζc= Мi/tg α,

где Мi – ордината эпюры Mi, расположенная под центром тяжести эпюры Мk (под точкой С).

4270.png(21)

Формула (21) представляет правило вычисления интеграла Мора: интеграл равен произведению площади криволинейной эпюры на ординату, взятую с прямолинейной эпюры и расположенную под центром тяжести криволинейной эпюры.

Встречающиеся на практике криволинейные эпюры могут быть разбиты на ряд простейших: прямоугольник, треугольник, симметричную квадратичную параболу и т.п.

При помощи разбивания эпюр на части можно добиться того, что при перемножении все эпюры были бы простой структуры.

**Пример вычисления перемещений**. Требуется определить прогиб в середине пролета и угол поворота левого опорного сечения балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой (рис. 36, а), способом Мора-Верещагина.

Рассмотрим 3 состояния балки: грузовое состояние ( при действии распределенной нагрузки q;) ему соответствует эпюра Mq (рис. 36, б), и два единичных: при действии силы4286.png, приложенной в точке С (эпюра4293.png, рис. 36, в), и момента4300.png, приложенного в точке В (эпюра4308.png, рис. 36, г).

Прогиб балки в середине пролета:

4318.png

Обратим внимание, что перемножение эпюр выполняется для половины балки, а затем из-за симметрии) полученный результат удваивается. При вычислении угла поворота сечения в точке В площадь эпюры Mq умножается на расположенную под ее центром тяжести ординату эпюры4322.png(1/2, рис. 9, г), т.к. эпюра4328.pngизменяется по прямой линии:

4339.png

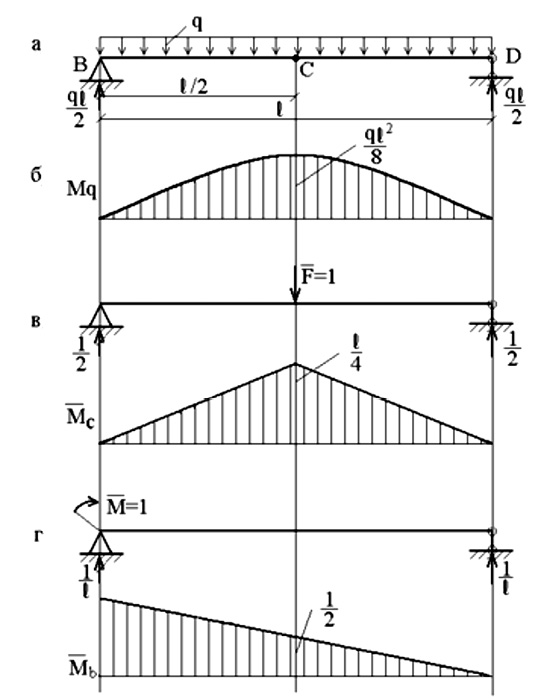


Рис. 36. Пример расчета:  
а – заданная схема балки; б – грузовая эпюра моментов;  
в – единичная эпюра от единичной силы; г – от единичного момента

### **Лекция 10. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ ПО МЕТОДУ СИЛ**

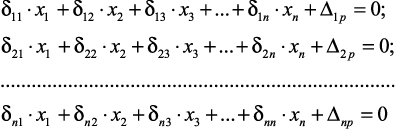
Степень статической неопределимости. Решение канонических уравнений метода сил.

Расчет статически неопределимой системы начинается с нахождения степени ее статической неопределимости, которая может быть установлена по формуле:

Л = 3К – Ш.

В методе сил за основные («лишние») неизвестные силы принимаются реактивные силы в отброшенных связях системы. Вычислив количество лишних связей, приступают к выбору основной системы и назначению неизвестных. Основной явится та статически определимая система, которая получена из заданной статически неопределимой после устранения лишних связей. Желательно получить наиболее простую основную систему.

После этого составляются канонические уравнения. В общем случае они запишутся в следующем виде:

(22)

Физический смысл уравнений: перемещение по направлению каждой неизвестной сил от всех неизвестных сил и от заданной нагрузки должно равняться нулю, так как в заданной системе имеются связи по направлению неизвестных сил.

Каждый коэффициент при неизвестном, входящем в каноническое уравнение (δ11, δ12, δnn),есть перемещение основной системы по направлению неизвестных от единичных сил4588.png. Свободные члены уравнения (δ1p, δ2p, δnp) представляют собой перемещения основной системы по направлению неизвестных от заданной нагрузки.

Коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений определяются с помощью интеграла Мора по формулам

4599.png

4610.png(23)

4617.png

Если в раме стержни прямолинейны и по длине имеют одинаковую жесткость, то можно определить коэффициенты при неизвестных и свободные члены по правилу А.Н. Верещагина (перемножением эпюр) по выражениям

4625.png

4634.png; (24)

4642.png

где ω – площадь одной из эпюр изгибающих моментов;4661.png– ордината другой (обязательно прямолинейной) эпюры, взятой по центру тяжести эпюры ω.

Коэффициенты δnn всегда положительны, коэффициенты δin и свободные члены Δnp могут быть как положительными, так и отрицательными, а также равными нулю. Для определения коэффициентов при неизвестных и свободных членов уравнения необходимо построить «единичные» эпюры изгибающих моментов:4650.png– от силы x1 = 1;4669.png – от силы x2 = 1 и т.д. Необходимо построить эпюру Мр от действия на основную систему заданных нагрузок.

Определив коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений, приступают к решению системы канонических уравнений, из которой определяют значения неизвестных4684.pngПосле определения неизвестных можно приступить к построению окончательной эпюры изгибающих моментов M. Это может быть осуществлено с помощью одного из следующих приемов.

Прием первый. Ординаты эпюр от единичных воздействий4698.pngумножить соответственно на числовые значения  
найденных неизвестных4700.pngс учетом знаков (т.е. построить эпюры4718.png). Построить эпюру М путем сложения соответствующих ординат эпюр4720.pngс эпюрой изгибающих моментов от внешней нагрузки Mp

Прием второй. Приложить к основной системе заданные нагрузки, найденные усилия (с учетом знака) и построить эпюру М как для обычной статически определимой системы.

Эпюра поперечных сил строится с помощью эпюры изгибающих моментов. Если последняя прямолинейна, то поперечная сила определяется по выражению:

4729.png

На участках, где данная эпюра криволинейная, эпюра поперечных сил вычисляется по формуле:

4738.png

где Qб – «балочная» поперечная сила, которая рассчитывается для данного сечения как для простой балки на двух шарнирных опорах; Mпр– момент на правом конце рассматриваемого участка; Mлев– момент на левом конце рассматриваемого участка; l – длина рассматриваемого стержня.

### **Лекция 12. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ**

Понятие об устойчивости и критической силе. Проектировочный и проверочный расчеты.

В конструкциях и сооружениях большое применение находят детали, являющиеся относительно длинными и тонкими стержнями, у которых один или два размера поперечного сечения малы по сравнению с длиной стержня. Поведение таких стержней под действием осевой сжимающей нагрузки оказывается принципиально иным, чем при сжатии коротких стержней: при достижении сжимающей силой F некоторой критической величины, равной Fкр, прямолинейная форма равновесия длинного стержня оказывается неустойчивой, и при превышении Fкр стержень начинает интенсильно искривляется (выпучивается). При этом новым (моментным) равновесным состоянием упругого длинного становится некоторая новая уже криволинейная форма. Это явление носит название потери устойчивости.

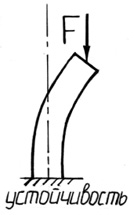


Рис. 37. Потеря устойчивости

Устойчивость – способность тела сохранять положение или форму равновесия при внешних воздействиях.

Критическая сила (Fкр) – нагрузка, превышение которой вызывает потерю устойчивости первоначальной формы (положения) тела. Условие устойчивости:

Fmax ≤ Fкр, (25)

**Устойчивость сжатого стержня. Задача Эйлера**.

При определении критической силы, вызывающей потерю устойчивости сжатого стержня, предполагается, что стержень идеально прямой и сила F приложена строго центрально. Задачу о критической нагрузке сжатого стержня с учетом возможности существования двух форм равновесия при одном и том же значении силы решил Л. Эйлер в 1744 году.

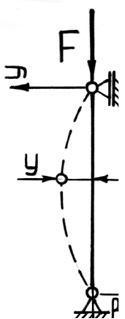


Рис. 38. Сжатый стержень

Рассмотрим шарнирно опертый по концам стержень, сжатый продольной силой F. Положим, что по какой-то причине стержень получил малое искривление оси, вследствие чего в нем появился изгибающий момент M:

M = –F•y,

где y – прогиб стержня в произвольном сечении с координатой x.

Для определения критической силы можно воспользоваться приближенным дифференциальным уравнением упругой линии:

4919.png(26)

Проведя преобразования, можно увидеть, что минимальное значение критическая сила примет при n = 1 (на длине стержня укладывается одна полуволна синусоиды) и J = Jmin (стержень искривляется относительно оси с наименьшим моментом инерции)

4928.png(27)

Это выражение – формула Эйлера.

Зависимость критической силы от условий закрепления стержня.

Формула Эйлера была получена для, так называемого, основного случая – в предположении шарнирного опирания стержня по концам. На практике встречаются и другие случаи закрепления стержня. При этом можно получить формулу для определения критической силы для каждого из этих случаев, решая, как в предыдущем параграфе, дифференциальное уравнение изогнутой оси балки с соответствующими граничными условиями. Но можно использовать и более простой прием, если вспомнить, что, при потере устойчивости на длине стержня должна укладываться одна полуволна синусоиды.

Рассмотрим некоторые характерные случаи закрепления стержня по концам и получим общую формулу для различных видов закрепления.

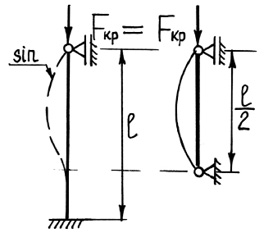
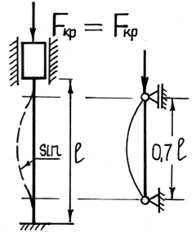
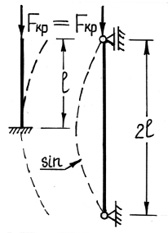


Рис. 39. Различные случаи закрепления стержня

Общая формула Эйлера:

4968.png(28)

где μ·l = lпр – приведенная длина стержня; l – фактическая длина стержня; μ – коэффициент приведенной длины, показывающий во сколько раз необходимо изменить длину стержня, чтобы критическая сила для этого стержня стала равна критической силе для шарнирно опертой балки. (Другая интерпретация коэффициента приведенной длины: μ показывает, на какой части длины стержня для данного вида закрепления укладывается одна полуволна синусоиды при потере устойчивости.)

Таким образом, окончательно условие устойчивости примет вид

4978.png(29)

Рассмотрим два вида расчета на устойчивость сжатых стержней – проверочный и проектировочный.

**Проверочный расчет**

Порядок проверочного расчета на устойчивость выглядит так:

– исходя из известных размеров и формы поперечного сечения и условий закрепления стержня, вычисляем гибкость;

– по справочной таблице находим коэффициент понижения допускаемого напряжения, затем определяем допускаемое напряжение на устойчивость;

– сравниваем максимальное напряжение с допускаемым напряжением на устойчивость.

**Проектировочный расчет**

При проектировочном расчете (подобрать сечение под заданную нагрузку) в расчетной формуле имеются две неизвестные величины – искомая площадь поперечного сечения A и неизвестный коэффициент φ (так как φ зависит от гибкости стержня, а значит и от неизвестной площади A). Поэтому при подборе сечения обычно приходится пользоваться методом последовательных приближений:

– обычно в первой попытке принимают φ1 = 0,5…0,6 и определяют площадь сечения в первом приближении

4986.png

– по найденной площади A1 подбирают сечение и вычисляют гибкость стержня в первом приближении λ1. Зная λ, находят новое значение φ′1;

– далее, используя найденный φ′1, проверяют условие устойчивости, и если σmaxmax и [σу] значительно отличаются друг от друга (более чем на 5 %), следует повторить расчет, приняв во второй попытке

4994.png

**Выбор материала и рациональной формы сечения.**

**Выбор материала**. Так как в формулу Эйлера из всех механических характеристик входит лишь модуль Юнга, то для повышения устойчивости стержней большой гибкости нецелесообразно применять высокопрочные материалы, так как модуль Юнга для всех марок сталей примерно одинаков.

Для стержней малой гибкости применение высокосортных сталей оправдано, так как с повышением предела текучести у таких сталей повышаются и критические напряжения, а значит и запас устойчивости.

**Форма сечения**. При проектировании стержней, работающих на устойчивость, следует выбирать такую форму сечения, чтобы гибкость стержня была одинаковой относительно обеих главных осей его сечения (условие равноустойчивости), а значит максимальный и минимальный моменты инерции такого сечения должны быть одинаковы Jmax = Jmin.

Кроме того, необходимо стремиться к получению при данной площади наибольших радиусов инерции. Для этого необходимо выбирать сечения, большая часть площади которых по возможности была удалена от центра тяжести (трубчатые, коробчатые сечения).

По степени рациональности известные сечения можно распределить следующим образом: трубчатое сечение, коробчатое, двутавровое, состоящее из швеллеров, квадратное, круглое, прямоугольное.

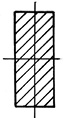
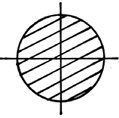
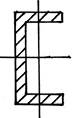
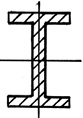
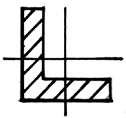
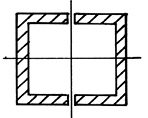
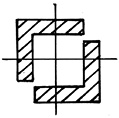
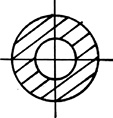
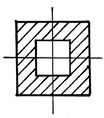


Рис. 40. Поперечные сечения, распределенные по степени рациональности

### **Лекция 13. ФОРМУЛА ЯСИНСКОГО**

Границы применимости решения Эйлера. Формула Ясинского.

Как показали опыты, решение Эйлера подтверждается не во всех случаях. Причина состоит в том, что формула Эйлера была получена в предположении, что при любой нагрузке стержень работает в пределах упругих деформаций по закону Гука. Следовательно, его нельзя применять в тех ситуациях, когда напряжения превосходят предел пропорциональности. В связи с этим найдем границы применимости решения Эйлера:

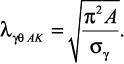
5094.png(30)

Из (30) следует, что напряжение5101.pngвозрастает по мере уменьшения гибкости стержня. Заметим, что стержень, имеющий неодинаковые опорные закрепления в главных плоскостях и, следовательно, неодинаковые приведенные длины, теряет устойчивость в той главной плоскости, в которой гибкость стержня имеет наибольшее значение.

Формула Эйлера неприемлема, если напряжения

5108.png,

где5116.png – предел пропорциональности. Приравнивая (30) к пределу пропорциональности, получим предельное значение гибкости:



Если λ > λпред , то формулу Эйлера можно применять. В противном случае ею пользоваться нельзя. Для стали Ст. 3 – lпред = 100.

В ситуациях, когда напряжения превышают предел пропорциональности, получение теоретического решения осложняется, т.к. зависимость между напряжениями и деформациями становится нелинейной. В связи с этим, в таких случаях пользуются эмпирическими зависимостями. В частности, Ф.С. Ясинский предложил следующую формулу для критических по устойчивости напряжений:

σЕθ = a – bλ, (31)

где a, b – постоянные, зависящие от материала, так для стали Ст. 3 a = 3,1•105 кН/м2, b = 11,4•102 кН/м2.

При гибкостях стержня, находящихся в диапазоне 0 < λ < 40,50, стержень настолько «короток», что его разрушение происходит по схеме сжатия, следовательно, критические напряжения можно приравнять в этом случае к пределу пропорциональности.

Когда формула Эйлера неприменима (за пределом упругости) для определения критической силы можно воспользоваться эмпирической формулой Ясинского П.Ф.

σкр = a – bλ, Fкр = σкрA ,

здесь a и b коэффициенты, зависящие от материала стержня, измеряются в МПа, приводятся в справочниках, для ст. 3:

a = 310 МПа, b = 1,14 МПа.

### **Лекция 12. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ**

Понятие об устойчивости и критической силе. Проектировочный и проверочный расчеты.

В конструкциях и сооружениях большое применение находят детали, являющиеся относительно длинными и тонкими стержнями, у которых один или два размера поперечного сечения малы по сравнению с длиной стержня. Поведение таких стержней под действием осевой сжимающей нагрузки оказывается принципиально иным, чем при сжатии коротких стержней: при достижении сжимающей силой F некоторой критической величины, равной Fкр, прямолинейная форма равновесия длинного стержня оказывается неустойчивой, и при превышении Fкр стержень начинает интенсильно искривляется (выпучивается). При этом новым (моментным) равновесным состоянием упругого длинного становится некоторая новая уже криволинейная форма. Это явление носит название потери устойчивости.

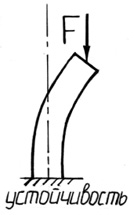


Рис. 37. Потеря устойчивости

Устойчивость – способность тела сохранять положение или форму равновесия при внешних воздействиях.

Критическая сила (Fкр) – нагрузка, превышение которой вызывает потерю устойчивости первоначальной формы (положения) тела. Условие устойчивости:

Fmax ≤ Fкр, (25)

**Устойчивость сжатого стержня. Задача Эйлера**.

При определении критической силы, вызывающей потерю устойчивости сжатого стержня, предполагается, что стержень идеально прямой и сила F приложена строго центрально. Задачу о критической нагрузке сжатого стержня с учетом возможности существования двух форм равновесия при одном и том же значении силы решил Л. Эйлер в 1744 году.

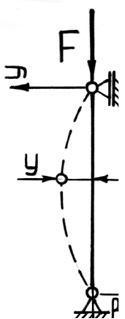


Рис. 38. Сжатый стержень

Рассмотрим шарнирно опертый по концам стержень, сжатый продольной силой F. Положим, что по какой-то причине стержень получил малое искривление оси, вследствие чего в нем появился изгибающий момент M:

M = –F•y,

где y – прогиб стержня в произвольном сечении с координатой x.

Для определения критической силы можно воспользоваться приближенным дифференциальным уравнением упругой линии:

4919.png(26)

Проведя преобразования, можно увидеть, что минимальное значение критическая сила примет при n = 1 (на длине стержня укладывается одна полуволна синусоиды) и J = Jmin (стержень искривляется относительно оси с наименьшим моментом инерции)

4928.png(27)

Это выражение – формула Эйлера.

Зависимость критической силы от условий закрепления стержня.

Формула Эйлера была получена для, так называемого, основного случая – в предположении шарнирного опирания стержня по концам. На практике встречаются и другие случаи закрепления стержня. При этом можно получить формулу для определения критической силы для каждого из этих случаев, решая, как в предыдущем параграфе, дифференциальное уравнение изогнутой оси балки с соответствующими граничными условиями. Но можно использовать и более простой прием, если вспомнить, что, при потере устойчивости на длине стержня должна укладываться одна полуволна синусоиды.

Рассмотрим некоторые характерные случаи закрепления стержня по концам и получим общую формулу для различных видов закрепления.

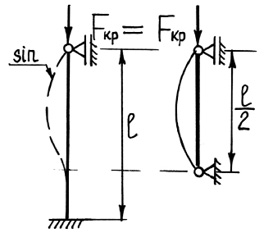
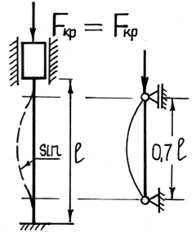
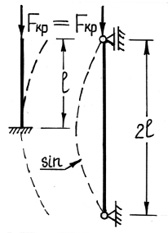


Рис. 39. Различные случаи закрепления стержня

Общая формула Эйлера:

4968.png(28)

где μ·l = lпр – приведенная длина стержня; l – фактическая длина стержня; μ – коэффициент приведенной длины, показывающий во сколько раз необходимо изменить длину стержня, чтобы критическая сила для этого стержня стала равна критической силе для шарнирно опертой балки. (Другая интерпретация коэффициента приведенной длины: μ показывает, на какой части длины стержня для данного вида закрепления укладывается одна полуволна синусоиды при потере устойчивости.)

Таким образом, окончательно условие устойчивости примет вид

4978.png(29)

Рассмотрим два вида расчета на устойчивость сжатых стержней – проверочный и проектировочный.

**Проверочный расчет**

Порядок проверочного расчета на устойчивость выглядит так:

– исходя из известных размеров и формы поперечного сечения и условий закрепления стержня, вычисляем гибкость;

– по справочной таблице находим коэффициент понижения допускаемого напряжения, затем определяем допускаемое напряжение на устойчивость;

– сравниваем максимальное напряжение с допускаемым напряжением на устойчивость.

**Проектировочный расчет**

При проектировочном расчете (подобрать сечение под заданную нагрузку) в расчетной формуле имеются две неизвестные величины – искомая площадь поперечного сечения A и неизвестный коэффициент φ (так как φ зависит от гибкости стержня, а значит и от неизвестной площади A). Поэтому при подборе сечения обычно приходится пользоваться методом последовательных приближений:

– обычно в первой попытке принимают φ1 = 0,5…0,6 и определяют площадь сечения в первом приближении

4986.png

– по найденной площади A1 подбирают сечение и вычисляют гибкость стержня в первом приближении λ1. Зная λ, находят новое значение φ′1;

– далее, используя найденный φ′1, проверяют условие устойчивости, и если σmaxmax и [σу] значительно отличаются друг от друга (более чем на 5 %), следует повторить расчет, приняв во второй попытке

4994.png

**Выбор материала и рациональной формы сечения.**

**Выбор материала**. Так как в формулу Эйлера из всех механических характеристик входит лишь модуль Юнга, то для повышения устойчивости стержней большой гибкости нецелесообразно применять высокопрочные материалы, так как модуль Юнга для всех марок сталей примерно одинаков.

Для стержней малой гибкости применение высокосортных сталей оправдано, так как с повышением предела текучести у таких сталей повышаются и критические напряжения, а значит и запас устойчивости.

**Форма сечения**. При проектировании стержней, работающих на устойчивость, следует выбирать такую форму сечения, чтобы гибкость стержня была одинаковой относительно обеих главных осей его сечения (условие равноустойчивости), а значит максимальный и минимальный моменты инерции такого сечения должны быть одинаковы Jmax = Jmin.

Кроме того, необходимо стремиться к получению при данной площади наибольших радиусов инерции. Для этого необходимо выбирать сечения, большая часть площади которых по возможности была удалена от центра тяжести (трубчатые, коробчатые сечения).

По степени рациональности известные сечения можно распределить следующим образом: трубчатое сечение, коробчатое, двутавровое, состоящее из швеллеров, квадратное, круглое, прямоугольное.

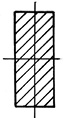
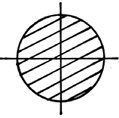
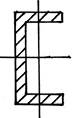
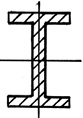
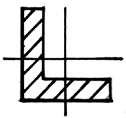
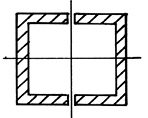
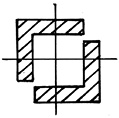
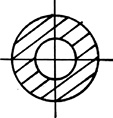
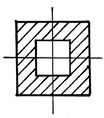


Рис. 40. Поперечные сечения, распределенные по степени рациональности

### **Лекция 13. ФОРМУЛА ЯСИНСКОГО**

Границы применимости решения Эйлера. Формула Ясинского.

Как показали опыты, решение Эйлера подтверждается не во всех случаях. Причина состоит в том, что формула Эйлера была получена в предположении, что при любой нагрузке стержень работает в пределах упругих деформаций по закону Гука. Следовательно, его нельзя применять в тех ситуациях, когда напряжения превосходят предел пропорциональности. В связи с этим найдем границы применимости решения Эйлера:

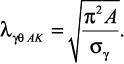
5094.png(30)

Из (30) следует, что напряжение5101.pngвозрастает по мере уменьшения гибкости стержня. Заметим, что стержень, имеющий неодинаковые опорные закрепления в главных плоскостях и, следовательно, неодинаковые приведенные длины, теряет устойчивость в той главной плоскости, в которой гибкость стержня имеет наибольшее значение.

Формула Эйлера неприемлема, если напряжения

5108.png,

где5116.png – предел пропорциональности. Приравнивая (30) к пределу пропорциональности, получим предельное значение гибкости:



Если λ > λпред , то формулу Эйлера можно применять. В противном случае ею пользоваться нельзя. Для стали Ст. 3 – lпред = 100.

В ситуациях, когда напряжения превышают предел пропорциональности, получение теоретического решения осложняется, т.к. зависимость между напряжениями и деформациями становится нелинейной. В связи с этим, в таких случаях пользуются эмпирическими зависимостями. В частности, Ф.С. Ясинский предложил следующую формулу для критических по устойчивости напряжений:

σЕθ = a – bλ, (31)

где a, b – постоянные, зависящие от материала, так для стали Ст. 3 a = 3,1•105 кН/м2, b = 11,4•102 кН/м2.

При гибкостях стержня, находящихся в диапазоне 0 < λ < 40,50, стержень настолько «короток», что его разрушение происходит по схеме сжатия, следовательно, критические напряжения можно приравнять в этом случае к пределу пропорциональности.

Когда формула Эйлера неприменима (за пределом упругости) для определения критической силы можно воспользоваться эмпирической формулой Ясинского П.Ф.

σкр = a – bλ, Fкр = σкрA ,

здесь a и b коэффициенты, зависящие от материала стержня, измеряются в МПа, приводятся в справочниках, для ст. 3:

a = 310 МПа, b = 1,14 МПа.

### **Лекция 14. СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ**

Понятие о сложном сопротивлении, его виды. Изгиб с растяжением. Косой изгиб.

Сложное сопротивление – такие виды нагружения бруса, при которых в поперечных сечениях возникают одновременно не менее двух внутренних силовых факторов.

Случаи сложного сопротивления условно разделяют на два вида. Первый вид составляют случаи сложного сопротивления, при которых в опасных точках бруса напряженное состояние является одноосным. В эту группу объединяют: изгиб с растяжением, косой изгиб, внецентренное растяжение-сжатие и др.

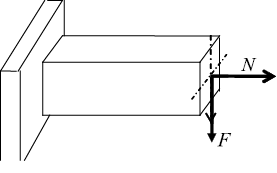


Рис. 41. Изгиб с растяжением

Условие прочности при изгибе с растяжением, пренебрегая действием поперечных сил, имеет вид:

5150.png(32)

Ко второй группе относятся такие случаи сложного сопротивления, когда напряженное состояние является плоским. Например, изгиб с кручением, растяжение(сжатие) с кручением и т.д. Для случая нагружения, относящегося к первой группе, в отличие от второй группы, нет необходимости в применении гипотез прочности.

**Косой изгиб** проявляется, если прикладываем к балке вертикальную нагрузку, и она при этом изгибается не только в вертикальной плоскости, но и вбок. Косой изгиб – это изгиб, при котором изогнутая ось стержня не лежит в силовой плоскости. Косой изгиб невозможен для балок с сечениями, у которых все центральные оси являются главными (например, квадрат, круг).

Рассмотрим консольную балку прямоугольного сечения длиной l, нагруженную вертикальной силой P. Главная центральная ось балки (ось симметрии) y составляет некоторый малый угол α с направлением действия нагрузки.

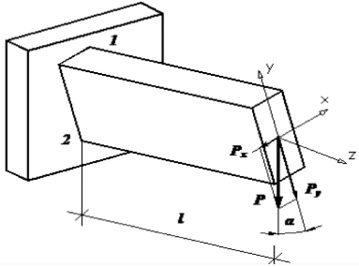


Рис. 42. Косой изгиб

Разложим силу P на составляющие: Py = cos α, Px = sin α . Используя принцип независимости действия сил Py, рассмотрим отдельно действие каждой составляющей. Нагрузки Py и Px вызывают в поперечном сечении, расположенном на некотором расстоянии z от правого конца балки, изгибающие моменты:

5

Оба изгибающих момента будут наибольшими в жесткой заделке:

6

Формула суммарных нормальных напряжений при косом изгибе в произвольном поперечном сечении балки для некоторой точки с координатами x и y:

5188.png(33)

где5196.png5206.png– главные моменты инерции; h – высота, а b – ширина прямоугольного поперечного сечения балки. Величины изгибающих моментов и координат данной точки подставляются в формулу нормальных напряжений при косом изгибе, знак каждого из слагаемых определяется по физическому смыслу.

Наибольшие нормальные напряжения при косом изгибе возникнут в поперечном сечении, расположенном в жесткой заделке, в наиболее удаленных от соответствующих нейтральных осей точках 1 и 2: y = h/2, x = b/2. В точке 1 напряжения будут растягивающими:

5216.png

а в точке 2 – такими же по величине, но сжимающими.

В формулах максимальных нормальных напряжений при косом изгибе5223.png5230.png– осевые моменты сопротивления балки относительно главных центральных осей инерции.

Нейтральная линия – это геометрическое место точек поперечного сечения стержня, в которых нормальные напряжения равны нулю.

Из определения нейтральной линии легко находится положение нейтральной линии, приравнивая правую часть выражения5241.pngк нулю:

5250.png5260.png

При косом изгибе условие прочности имеет вид:

5268.png(34)

Косой изгиб опасен тем, что при производственном браке (перекосе) могут существенно увеличиться нормальные напряжения в балке.

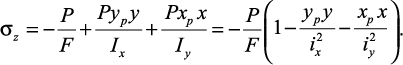
### **Лекция 15. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ**

Внецентренное сжатие. Построение ядра сечения. Изгиб с кручением. Расчеты на прочность при сложном напряженном состоянии.

**Внецентренное сжатие** – это вид деформации, при котором продольная сила в поперечном сечении стержня приложена не в центре тяжести. При внецентренном сжатии, помимо продольной силы (N), возникают два изгибающих момента (Mx и My).

Считают, что стержень обладает большой жесткостью на изгиб, чтобы пренебречь прогибом стержня при внецентренном сжатии.

Преобразуем формулу моментов при внецентренном сжатии7, подставляя значения изгибающих моментов:



Обозначим координаты некоторой точки нейтральной (нулевой) линии при внецентренном сжатии xN, yN и подставим их в формулу нормальных напряжений при внецентренном сжатии. Учитывая, что напряжения в точках нейтральной линии равны нулю, после сокращения на P/F, получим уравнение нейтральной линии при внецентренном сжатии:

5289.png(35)

Нулевая линия при внецентренном сжатии и точка приложения нагрузки всегда расположены по разные стороны от центра тяжести сечения.

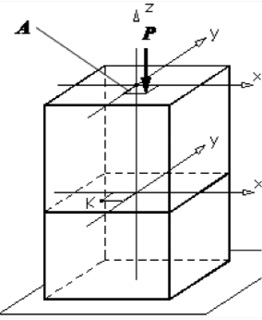


Рис. 43. Внецентренное сжатие

Отрезки, отсекаемые нулевой линией от осей координат, обозначенные ax и ay, легко найти из уравнения нулевой линии при внецентренном сжатии. Если сначала принять xN = 0, yN = ay, а затем принять yN = 0, xN = ax, то найдем точки пересечения нулевой линии при внецентренном сжатии с главными центральными осями:

5308.png

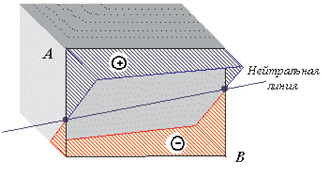


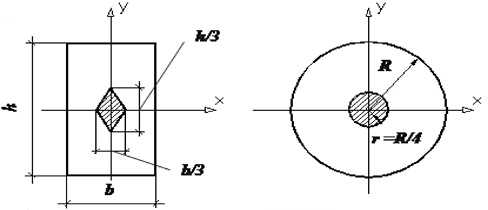
Рис. 44. Нейтральная линия при внецентренном растяжении – сжатии

Нейтральная линия при внецентренном сжатии разделит поперечное сечение на две части. В одной части напряжения будут сжимающими, в другой – растягивающими. Расчет на прочность, как и в случае косого изгиба, проводят по нормальным напряжениям, возникающим в опасной точке поперечного сечения (наиболее удаленной от нулевой линии).

5326.png(36)

Ядро сечения – малая область вокруг центра тяжести поперечного сечения, характерная тем, что любая сжимающая продольная сила, приложенная внутри ядра, вызывает во всех точках поперечного сечения сжимающие напряжения.

Примеры ядра сечения для прямоугольного и круглого поперечных сечений стержня.



а     б

Рис. 45. Форма ядра сечения для прямоугольника и круга

**Изгиб с кручением**. Такому нагружению (одновременному действию крутящих и изгибающих моментов)часто подвержены валы машин и механизмов. Для расчета бруса необходимо прежде всего установить опасные сечения. Для этого строятся эпюры изгибающих и крутящих моментов.

Используя принцип независимости действия сил, определим напряжения, возникающие в брусе отдельно для кручения, и для изгиба.

При кручении в поперечных сечениях бруса возникают касательные напряжения, достигающие наибольшего значения в точках контура сечения5353.pngПри изгибе в поперечных сечениях бруса возникают нормальные напряжения, достигающие наибольшего значения в крайних волокнах бруса5362.png.

Касательные напряжения значительно меньше напряжений от крутящего момента, поэтому ими пренебрегают. Опасное сечение бруса будет у заделки, где действуют максимальные напряжения от изгиба и кручения.

Исследуем напряженное состояние в наиболее опасной точке A (рис. 46). Так как напряженное состояние двухосное, то для проверки прочности применяем одну из гипотез.

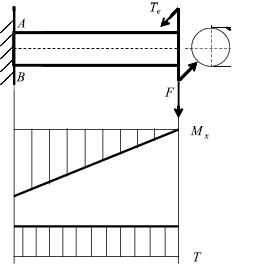


Рис. 46. Эпюры изгибающих и крутящих моментов

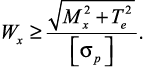
Применяя третью теорию прочности

5372.png

и учитывая, что5381.pngи5390.png, получаем:

5398.png

Для подбора сечения находим требуемый момент сопротивления



### **Лекция 16. ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ**

Усталостная прочность. Виды циклов нагружения. Кривая Веллера.

К динамическим нагрузкам, несмотря на отсутствие значительных инерционных сил, можно отнести периодические многократно повторяющиеся (циклические) нагрузки, действующие на элементы конструкции.

Как показывает практика, нагрузки, циклически изменяющиеся во времени по величине или по величине и по знаку, могут привести к разрушению конструкции при напряжениях, существенно меньших, чем предел текучести (или предел прочности). Такое разрушение принято называть «усталостным». Усталостное разрушение – разрушение материала под действием повторно-переменных напряжений.

**Усталость материала** – постепенное накопление повреждений в материале под действием переменных напряжений, приводящих к образованию трещин в материале и разрушению.

**Выносливость** – способность материала сопротивляться усталостному разрушению.

Физические причины усталостного разрушения материалов достаточно сложны и еще не до конца изучены. Одной из основных причин усталостного разрушения принято считать образование и развитие трещин.

В машиностроительной практике детали машин и элементы инженерных конструкций довольно часто испытывают воздействие напряжений, переменных во времени. Рассмотрим пример. Тяжелое колесо (маховик, шкив) насажено на вал, который вращается в подшипниках с постоянной угловой скоростью ω.

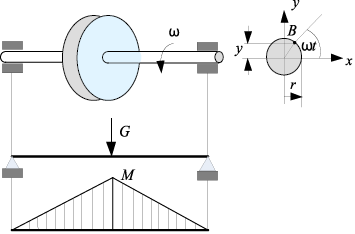


Рис. 47. Расчетная схема вала при вращении

Пусть единственной нагрузкой, действующей на вал, будет вес колеса G Расчетная схема вала будет представлять собой балку, нагруженную силой G Наибольший изгибающий момент, обозначенный нами M, будет возникать под силой. Выясним, что будет происходить с напряжениями в некоторой точке B, принадлежащей контуру вала. Положение этой точки будет определяться углом ωt где t – время. Нормальные напряжения в данной точке будут равны:

5485.png(37)

Таким образом, мы видим, что напряжения в точках контура сечения вала будут меняться по закону синуса в диапазоне –σmin ≤ σ ≤ σmax.

Точка, вращаясь вместе с валом, попеременно оказывается то в сжатой зоне, то в растянутой. Напряжения будут меняться циклическим образом.

Точно такая ситуация будет возникать, например, в вале редуктора, оси транспортного средства и прочих вращающихся деталях. Возникает опасность усталостного разрушения.

**Виды циклов нагружения**. Усталостная прочность материалов при повторно-переменном нагружении во многом зависит от характера изменения напряжений во времени, от периодической нагрузки. Периодическая нагрузка – переменная нагрузка с установившимся во времени характером изменения, значения которой повторяются через определенный промежуток (период) времени. Цикл напряжений – совокупность всех значений переменных напряжений за время одного периода изменения нагрузки.

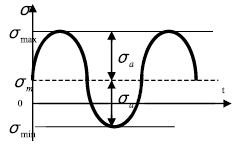


Рис. 48. Цикл напряжений

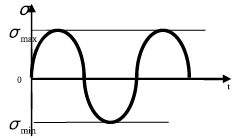


Рис. 49. Симметричный цикл

Обычно цикл напряжений характеризуется двумя основными параметрами цикла:

σmax – максимальное напряжение цикла; σmin – минимальное напряжение цикла;

σm – среднее напряжение цикла:5511.png

σa – амплитудное напряжение цикла:5520.png

R – коэффициент асимметрии цикла напряжении:5529.png. В зависимости от величины перечисленных характеристик циклы напряжений могут быть подразделены на следующие основные типы: симметричный цикл – максимальное и минимальное напряжения равны по абсолютной величине и противоположны по знаку σmax = –σmin, R = –1;

асимметричный цикл – максимальное и минимальное напряжения не равны по абсолютной величине (σmax ≠ –σmin), при этом асимметричный цикл может быть знакопеременным или знакопостоянным;

знакопеременный цикл – максимальное и минимальное напряжения не равны по абсолютной величине и противоположны по знаку (σmax ≠ –σmin, R < 0, R ≠ –1, );

Знакопостоянный цикл – максимальное и минимальное напряжения не равны по абсолютной величине и имеют одинаковый знак (σmax ≠ –σmin, R < 0, R ≠ –1);

Отнулевой (пульсирующий) цикл – максимальное или минимальное напряжения равны нулю (σmax = 0 или σmin = 0, R = 0 или R = ∞).

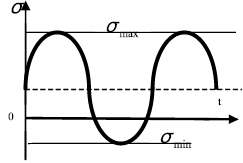


Рис. 50. Асимметричный цикл

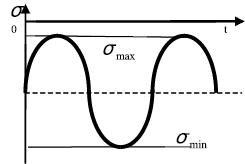


Рис. 51. Знакопостоянный цикл



Рис. 52. Кривая Веллера

**Кривая усталости (кривая Веллера).**

Кривая усталости (рис. 52) строится на основании результатов усталостных испытаний при симметричном цикле.

Кривая усталости показывает, что с увеличением чис цикла максимальное напряжение, при котором происходит разрушение материала, значительно уменьшается. При этом для многих материалов, например углеродистой стали, можно установить такое наибольшее напряжение цикла, при котором образец не разрушается после любого числа циклов (горизонтальный участок диаграммы), называемое пределом выносливости (σR).

Предел выносливости (усталости) σR – наибольшее (предельное) напряжение цикла, при котором не происходит усталостного разрушения образца после произвольно большого числа циклов.

Так как испытания нельзя проводить бесконечно большое время, то число циклов ограничивают некоторым пределом, который называют базовым числом циклов. В этом случае, если образец выдерживает базовое число циклов (для черных металлов – N = 107), то считается, что напряжение в нем не выше предела выносливости.